c) on sait que :

$\overrightarrow{n_P}\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$ vec normal de P et $\overrightarrow{n_Q}\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$ normal de Q

Et $\begin{vmatrix}2 & 1\\1 & -2\end{vmatrix} = -4-2 = -6 \neq 0$

Donc $\overrightarrow{n_P}$ et $\overrightarrow{n_Q}$ non colinéaires ce qui montre que les deux plans P et Q sont sécants

a) $\bullet d(I_t,P) = \dfrac{|1+2+2t-1|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}} = \dfrac{2|1+t|}{3}$

$\bullet d(I_t,Q) = \dfrac{|2-1+2t-1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}} = \dfrac{2|1+t|}{3}$

$\Rightarrow d(I_t,P) = d(I_t,Q)$

b) Pour t = -1 on trouve $d(I_{-1},P) = d(I_{-1},Q) = 0$

Donc I_{-1} appartient à P et à Q

c) pour $t \neq -1$: $d(I_{-1},P) = d(I_{-1},Q) \neq 0$

Donc il existe une seule sphère S_t de centre I_t et de rayon $R = \dfrac{2|1+t|}{3}$ qui est tangente au même temps à P et à Q

On prend t = 2

Le point de contact H de la sphère S_2 et de P est le projeté orthogonal de I_2 (1, – 1, 2) sur le plan P

Posons, $H(x_H, y_H, z_H)$

On a : $\begin{cases}\overrightarrow{I_2H} = \alpha\overrightarrow{n_P} \quad \alpha \in IR\\ H \in P\end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_H = 1+\alpha \\ y_H = -1-2\alpha \\ z_H = 2+2\alpha \\ x_H - 2y_H + 2z_H - 1 = 0 \end{cases} \quad \alpha \in IR$$

$\Rightarrow 1+\alpha-2(-1-2\alpha)+2(2+2\alpha)-1=0$

$\Rightarrow 6+9\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = -\dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow \boxed{H(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3})}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn